Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Démarrage d'un train à très haute vitesse et calcul d'aire (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btstm.fr/assets/annales/bts-tm/E2 - Mathématiques/2018/BTS TM - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3 -Sujet.pdf

1. Démarrage d’un train à très haute vitesse et calcul d’aire

Le démarrage d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression est modélisé par une fonction donnant la distance parcourue, afin de vérifier si la vitesse cible est atteinte. L’exercice étudie aussi l’aire d’une pièce destinée à une gare, définie par son plan, sa symétrie et une fonction décrivant son bord inférieur.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0.

L’équation s’écrit $y' + (-0{,}2)y = 0$. Avec la formule $y(t) = ke^{-at}$, on prend $a = -0{,}2$. La constante k est réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. En remplaçant g et sa dérivée dans le membre de gauche : $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$. Ce résultat est bien le second membre de l’équation.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de (E).

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

La solution générale de l’équation avec second membre s’obtient en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ la solution générale de l’équation homogène, trouvée à la question 1. La constante k peut prendre toute valeur réelle.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la solution f de l’équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0, sachant qu’au temps t = 0 le wagon est au point de départ.

Dans la solution générale, la condition initiale impose $f(0) = k - 75 = 0$. On en déduit $k = 75$, puis on remplace k dans l’expression de la solution générale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75e^{0,2t} - 15t - 75$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Comme $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, l'inéquation est équivalente à $e^{0,2t} \geq 1$. La fonction exponentielle étant croissante, cela revient à $t \geq 0$. Tous les nombres de l'intervalle étudié vérifient donc l'inéquation.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0; 3]$.

Question 1° b). Déduire du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	$]0; 3]$
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	$f(0) = 0$	croissante jusqu'à $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$

La fonction f est donc croissante sur tout l'intervalle $[0; 3]$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est croissante sur $[0; 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, la distance est $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052$ km. L'arrondi au dixième donne $1,6$ km.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse en kilomètres par minute à l'instant t est f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse à l'instant t est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. À deux minutes, elle vaut $15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min, soit $7,4$ km/min au dixième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$7{,}4$ km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

À deux minutes, la vitesse vaut environ $7{,}377 \times 60 = 442{,}6$ km/h, au-dessus de la cible de 400 km/h. Comme $f'(t)$ est croissante à partir de zéro, la cible est atteinte avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif de 400 km/h en moins de deux minutes est atteint.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La tangente au point d'abscisse 2 est donnée par $y = f'(2)(t-2) + f(2)$. En substituant les expressions de $f'(2)$ et de $f(2)$, on obtient la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$y = 15(e^{0{,}4} - 1)t + 45e^{0{,}4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, parmi les trois propositions, l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur le schéma, le rectangle OPQR s'étend de $x = 0$ à $x = 3$ et sa hauteur est $2{,}25$. Ainsi, son aire vaut $3 \times 2{,}25 = 6{,}75$ unités d'aire.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6{,}75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe représentative de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, en utilisant la primitive fournie.

Sur $[0;3]$, $g(x)$ est positive : l'aire demandée est donc $\int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie, $A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2+9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln(2)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \frac{27}{4}\ln(2) \approx 4{,}679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est l'aire du rectangle de largeur 6 et de hauteur $2{,}25$, moins deux fois l'aire sous la courbe sur $[0;3]$. Ainsi, $A = 6 \times 2{,}25 - 2 \times \frac{27}{4}\ln(2)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4{,}143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

L'exercice porte sur l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis sur le nombre de téléphones non réparables dans un lot prélevé au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral vérifiant si un sondage sur la marque B est compatible avec les réponses d'un échantillon de 180 personnes.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé et d'une population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant obsolescence technique et obsolescence logicielle, avec les totaux.

Sur 200 smartphones, 3 % correspondent à 6 appareils touchés par T et 8 % à 16 touchés par L. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2 appareils. Les autres effectifs se déduisent des totaux.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs croisés : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour T : « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L : « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et la probabilité conditionnelle P_L(T).

Les fréquences données dans l'énoncé fournissent directement les probabilités de T et de L. La proportion de smartphones touchés par T parmi ceux touchés par L donne la probabilité conditionnelle demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}08$ et $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

La formule de probabilité conditionnelle donne l'intersection en multipliant la probabilité de L par la probabilité de T sachant L : $P(T \cap L) = P_L(T) \times P(L) = 0{,}125 \times 0{,}08 = 0{,}010$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité qu'un smartphone soit touché par les deux obsolescences est $P(T \cap L) = 0{,}010$.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Pour être touché par au moins un type d'obsolescence, le smartphone appartient à T ou à L. On retire donc l'intersection, comptée deux fois dans la somme : $P(T \cup L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité d'être touché par au moins un type d'obsolescence est $P(T \cup L) = 0{,}10$.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

Parmi les smartphones touchés par T, la proportion également touchée par L est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T : $P_T(L) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(T)} = \dfrac{0{,}125 \times 0{,}08}{0{,}03} = \dfrac{1}{3}$. L'arrondi au millième est 0,333.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité conditionnelle recherchée est $P_T(L) \approx 0{,}333$, soit environ 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que X, le nombre de smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est un essai de Bernoulli, avec une probabilité $0{,}045$ d'obtenir un smartphone non réparable. Le prélèvement est assimilé à des tirages avec remise, donc les 50 essais sont indépendants et ont la même probabilité de succès. X compte les succès « non réparable ».

✓ RÉPONSE À RETENIR

La variable X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$: $X \sim \mathcal{B}(50 ; 0{,}045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

La probabilité qu'un smartphone soit réparable est $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Par indépendance des 50 tirages, la probabilité qu'ils soient tous réparables vaut $0{,}955^{50} \approx 0{,}100$, arrondie au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

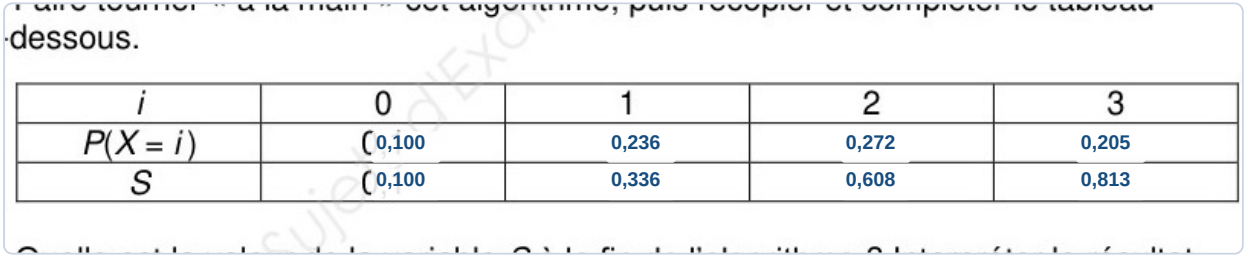
La probabilité que les 50 smartphones du lot soient réparables est $0{,}100$, soit environ 10,0 %.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme donné, puis compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

À chaque étape, l'algorithme ajoute $P(X = i)$ à la somme précédente. Les probabilités et sommes sont arrondies au millième, comme demandé dans l'énoncé.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété


dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilités pour i de 0 à 3 : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S additionne les probabilités pour 0, 1, 2 ou 3 smartphones non réparables. Ainsi, $S = P(X \leq 3) \approx 0{,}813$: environ 81,3 % des lots comptent au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

À la fin de l'algorithme, $S = P(X \leq 3) \approx 0{,}813$, soit environ 81,3 % des lots.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte des lots de smartphones.

Pour une loi binomiale, l'espérance est le produit des paramètres : $E(X) = np = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. Cela signifie que, sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot est 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Un lot de 50 smartphones contient en moyenne $2{,}25$ appareils non réparables.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule des trois propositions est exacte.

Pour une loi normale, l'intervalle central de probabilité 0,95 s'étend approximativement à 1,96 écarts types de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, soit 0,07 au centième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La proposition exacte est $h = 0{,}07$ au centième.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Avec $h \approx 0{,}07$, la zone d'acceptation de l'hypothèse nulle est centrée sur 0,55 :

- si la fréquence observée appartient à $[0{,}55 - 0{,}07\,;\ 0{,}55 + 0{,}07] = [0{,}48\,;\ 0{,}62]$, on ne rejette pas H_0 ;
- sinon, on rejette H_0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si la fréquence est dans $[0{,}48; 0{,}62]$; la rejeter sinon.

Question 3°. Pour l'échantillon de 180 personnes, dont 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, donner la conclusion du test.

La fréquence observée est $\dfrac{76}{180} \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de la zone d'acceptation. On rejette donc l'hypothèse nulle au seuil de 5 % : l'échantillon n'est pas compatible avec la proportion annoncée de 55 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La fréquence observée vaut environ 0,422, hors de l’intervalle d’acceptation : on rejette H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure deux heures. Le coefficient dépend de la spécialité. Elle étudie le démarrage d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce, puis l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, analyse, intégration, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour une équation différentielle linéaire, la solution générale est la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière.
- L'aire sous une fonction positive entre a et b se calcule par l'intégrale définie de a à b.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X=i) = C(n,i)p^i(1-p)^(n-i) et E(X) = np.
- Dans un test bilatéral, on rejette H0 lorsque la fréquence observée est hors de l'intervalle d'acceptation centré sur la proportion annoncée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter l'intervalle de définition et utiliser le signe de f' pour établir les variations.
- Vérifier les unités avant de comparer une vitesse en km/min à un objectif exprimé en km/h.
- Distinguer probabilité conjointe, réunion et probabilité conditionnelle en identifiant les événements.
- Pour le test, comparer la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation et formuler une conclusion contextualisée.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution d'une équation différentielle avec second membre ?

On résout d'abord l'équation homogène associée. On ajoute une solution particulière de l'équation complète, puis on utilise la condition initiale pour déterminer la constante.

Q : Comment obtenir la vitesse du wagon à partir de la fonction de distance ?

La vitesse instantanée est f'(t). Ici, f donne une distance en kilomètres et t est exprimé en minutes : la vitesse obtenue est donc en kilomètres par minute, à convertir pour la comparer à des km/h.

Q : Comment gérer le temps dans cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et comportent des parties indépendantes. Traitez d'abord les questions accessibles, notamment les choix multiples, puis gardez du temps pour vérifier les calculs, les arrondis et les interprétations.

Q : Quels arrondis faut-il appliquer dans les exercices ?

Dans l'exercice 2, les résultats sont arrondis au millième sauf indication contraire. L'exercice 1 précise les arrondis demandés : au dixième pour certaines valeurs et au millième pour l'aire finale.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btstm.fr/assets/annales/bts-tm/E2 - Mathématiques/2018/BTS TM - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Traitements des Matériaux : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.